

POCU/784/6/24/139636 - INFOACCES

Selecție de exerciții și probleme – 2

Grigore Albeanu, expert suport educațional

Obiective:

- *Antrenament pentru teză și identificarea nevoilor educaționale*
- *Recuperare și accelerarea învățării*

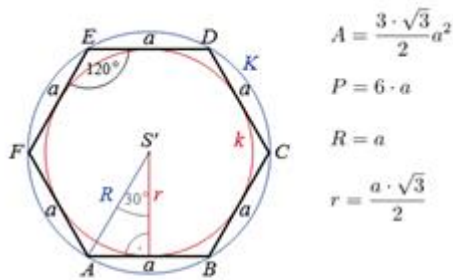
Enunțuri

1. a) Fie $A(a)$, $B(b)$, $C(c)$ și $D(10)$ patru puncte consecutive pe axa numerelor, unde a , b , c și 10 sunt numere pare consecutive. Determinați numerele naturale a , b , c . (Ex. 30), pag. 9, [1]).
b) Pe o axă de coordonate se consideră numerele $A(2)$, $B(a)$, $C(b)$, $D(12)$, $E(20)$ unde a , b sunt numere naturale. Determinați a , b astfel încât $CD = 2AB$ și $CE = 2AC$. (Ex. 38), pag. 10, [1]).
2. a) Stabiliți câte numere de forma (aa) în baza 10, mai mici decât 60 există (Ex. 64), pag. 12, [1]).
b) Să se determine toate numerele de 5 cifre de forma $(xyxyx)$, în baza 10, care se divid cu 3 și cu 5. (Ex. 30), pag. 53, [1]).
3. a) Tatăl împreună cu fiul au 55 de ani. Raportul dintre vârsta tatălui și vârsta fiului este $8/3$. Să se determine vârsta tatălui și vârsta fiului. (Ex. 3), pag. 142, [1]).
b) Tatăl are cu 25 de ani mai mult decât fiul și jumătate din vârsta bunicului. Știind că împreună cei trei au 175 de ani, să se afle vârsta fiecăruia. (Ex. 14), pag. 220, [1])
4. Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat în care este înscris un cerc. Să se calculeze raportul între aria hexagonului regulat și aria cercului înscris. (Pb.11, pag.115, [2])

Rezolvări

1. a) Dacă a , b , c și 10 sunt numere pare consecutive, atunci $c = 8$, $b = 6$ și $a = 4$.
Altfel, presupunem că $a = 2k$ (număr par), atunci $b = 2k+2$, $c = 2k+4$, $10 = 2k+6$, deci $2k = 4$, adică $k = 2$, deci numerele, în ordine crescătoare sunt 4, 6, 8.
b) $AB = a-2$, $CD = 12-b$, $CE = 20-b$, $AC = b-2$. Deci $12-b = 2(a-2)$ și $20-b = 2(b-2)$.
Rezolvăm ecuația a doua și obținem $20-b = 2b-4$, adică $3b = 24$, deci $b = 8$.
Prima ecuație devine $4 = 2(a-2)$, adică $a-2 = 2$, deci $a = 4$.
2. a) Deoarece a aparține mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, rezultă că se pot forma 5 numere cu proprietatea cerută și anume 11, 22, 33, 44 și 55.
b) Numerele care se divid cu 5 au ultima cifră 0 sau 5, dar numărul $(xyxyx)$ nu poate începe cu zero, deoarece nu ar mai avea 5 cifre, deci $x = 5$. Pentru a avea divizibilitate cu 3 trebuie ca suma cifrelor să fie divizibilă cu 3, deci $2y+15$ trebuie să fie divizibil cu 3, adică $2y$ trebuie să fie divizibil cu 3, deci y aparține mulțimii $\{0, 3, 6, 9\}$. Numerele cerute sunt: 50505, 53535, 56565 și 59595.

3. a) Fie x - vârsta tatălui, y - vârsta fiului. Atunci $x+y = 55$ și $x/y=8/3$. Dar $x= 8y/3$, rezulta $x+8y/3=55$, adică $11y=3\cdot 55$, deci $y = 3\cdot 55/11 = 3\cdot 5 = 15$, atunci $x = 40$.
- b) Fie x - vârsta fiului, y - vârsta tatălui, iar z - vârsta bunicului. $x+y+z = 175$, $y = x+25$, $y=z/2$, adică $z = 2y = 2(x+25) = 2x+50$. Prima relație devine $x+x+25+2x+50 = 175$, adică $4x + 75 = 175$, deci $4x = 100$, prin urmare $x = 25$, $y = 50$ și $z = 100$.



P - perimetru S' - centru
 A - arie a - laturi
 R - rază K K - cerc circumscris
 r - rază k k - cerc înscris

4. În rezolvarea acestei probleme ne folosim de formulele din imaginea alăturată [3]. Deci raportul dintre aria hexagonului și aria cercului k este

$$A/(\pi r^2) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}. \text{ După model calculați și alte rapoarte.}$$

Bibliografie

1. Gheorghe Adalbert Schneider. Culegere de probleme de aritmetică și algebră pentru clasele V-VIII, Editura Hyperion, Craiova, 2017.
2. Gheorghe Adalbert Schneider. Culegere de probleme de geometrie pentru clasele V-VIII, Editura Hyperion, Craiova, 2018.
3. ***, <https://www.calculat.org/ro/arie-perimetru/hexagon.html>