

POCU/784/6/24/139636 - INFOACCES

Selecție de exerciții și probleme – 3

Grigore Albeanu, *expert suport educațional*

Obiective:

- *Recapitulare și identificarea nevoilor educaționale*
- *Recuperare și accelerarea învățării*

Enunțuri

- a) Determinați x număr natural astfel încât fracția $x/(x+4)$ să fie echivalentă cu fracția $3/5$. (Ex. 3a), pag. 120, [1]).
b) Știind că $x/y=1/3$, să se determine valoarea raportului $(2x+3y)/(x-4y)$. (Ex. 6a), pag. 143, [1]).
- a) Se consideră mulțimile $B = \{x \text{ număr rațional, } x \text{ este rădăcina pătrată a numărului } a \text{ din mulțimea } A\}$ și $C = \{x \text{ număr irațional, } x \text{ este rădăcina pătrată a numărului } a \text{ din mulțimea } A\}$, unde $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. Să se determine mulțimile B și C după analiza elementelor mulțimii A . (Ex. 11), pag. 167, [1]).
b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor raționale, ecuația de mai jos
$$\sqrt{2x+3} = \frac{7}{12}$$
 (Ex. 10), pag. 167, [1]).
- a) Un triunghi dreptunghic isoscel are ipotenuza egală cu 16 cm. Determinați aria triunghiului. (Pb. 4), pag. 76, [2]).
b) Fie ABC un triunghi dreptunghic în A și D, E, F mijloacele laturilor AB, BC, respectiv CA. Demonstrați că patrulaterul ADEF este dreptunghi. (Pb. 5), pag. 85, [2])
- a) Un pătrat are diagonala egală cu $8\sqrt{2}$ cm. Determinați raza cercului circumscris pătratului și aria pătratului. (Pb. 5), pag. 114, [2])
b) Dacă un trapez isoscel este circumscris unui cerc atunci diametrul cercului este media geometrică a bazelor trapezului. (Pb.19, pag.112, [2])

Rezolvări

- a) $x/(x+4)=3/5$ este echivalent cu $5x = 3x + 12$, adică $2x = 12$, deci $x = 6$ care este număr natural.
b) Avem succesiv
$$\frac{(2x+3y)}{(x-4y)} = \frac{(2x/y+3)}{(x/y-4)} = \frac{(2 \cdot 1/3+3)}{(1/3-4)} = \frac{(2 \cdot 1+3 \cdot 3)}{(1-4 \cdot 3)} = \frac{11}{-11} = -1.$$
- a) $B = \{0, 1, 2, 3\}$, $C = \{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, 2\sqrt{2}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, 2\sqrt{3}\}$.
b) Prin ridicare la pătrat ecuația devine $2x+3 = 49/144$, adică $288x + 432 = 49$, deci $288x = 383$, $x = 383/288$.

3. a) Deoarece triunghiul este isoscel va avea catele egale.

Dacă a este lungimea unei catete, atunci, din teorema lui Pitagora rezultă $2a^2 = 256$, adică $a^2 = 128$.

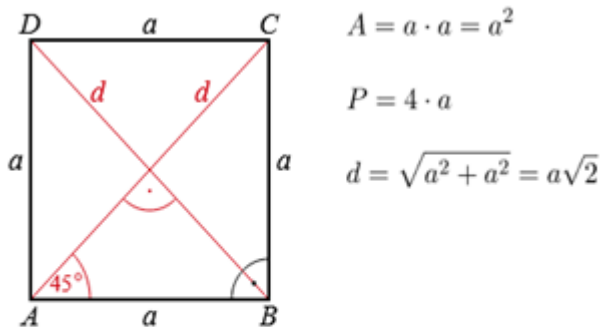
Aria triunghiului este $a^2/2 = 128/2 = 64 \text{ cm}^2$.

b) Deoarece DE este linie mijlocie rezultă DE și AF sunt paralele.

Deoarece EF este linie mijlocie rezultă EF și AD sunt paralele, deci $ADEF$ este un paralelogram.

Cum unghiul A este drept, rezultă că $ADEF$ este dreptunghi.

4. a) În rezolvarea acestei probleme ne folosim de formulele din imagine [3] și faptul că diagonalele pătratului sunt diametre ale cercului circumscris, deci $R = d/2$. Aria pătratului devine $d^2/2$, adică 64cm^2 .



P – perimetru a – laturi
 A – arie d – diagonale

b) Dacă notăm Baza mare cu $2a$ și baza mică cu $2b$, din proprietățile tangențelor duse dintr-un punct exterior la cerc rezultă că latura oblică a trapezului isoscel are dimensiunea $a+b$. Diametrul cercului este congruent cu înălțimea trapezului și se determină cu ajutorul teoremei lui Pitagora, $d^2 = h^2 = (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab = 2a \cdot 2b$, deci este medie geometrică a bazelor trapezului.

Bibliografie

1. Gheorghe Adalbert Schneider. Culegere de probleme de aritmetică și algebră pentru clasele V-VIII, Editura Hyperion, Craiova, 2017.
2. Gheorghe Adalbert Schneider. Culegere de probleme de geometrie pentru clasele V-VIII, Editura Hyperion, Craiova, 2018.
3. ***, <https://www.calculat.org/ro/arie-perimetru/patrat.html>