

POCU/784/6/24/139636 - INFOACCES

Selectie de exerciții și probleme – 4
Grigore Albeanu, *expert suport educațional*

Obiective:

- *Antrenament pentru teză și identificarea nevoilor educaționale*
- *Recuperare și accelerarea învățării*

Enunțuri

1. Să se determine mulțimea $A = \left\{ y = \frac{3x+4}{x-1} \mid x \in N, y \in N \right\}$.
2. Să se determine numerele naturale a și b care au cmmdc egal cu 5, suma numerelor este 65, iar produsul numerelor este pătrat perfect. (Ex. 15), pag. 59, [1]).
3. Media aritmetică a două numere este 43. Unul din numere este de patru ori mai mic decât celălalt număr. Determinați cele două numere. (Ex. 6), pag. 116, [1]).
4. Patru numere sunt direct proporționale cu $0,0(3)$; $0,5$; $1/3$ și 1 , iar media lor aritmetică este egală cu 28. Să se afle aceste numere. (Ex. 28), pag. 147, [1]).
5. Fie ABC un triunghi în care se cunosc $AB = 9\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$, $BC = 1\text{cm}$ și MNP un triunghi congruent cu triunghiul ABC. Determinați perimetrul triunghiului MNP. (Pb. 6), pag. 39, [2]).
6. Fie ABC și DEF două triunghiuri echilaterale. Demonstrați că cele două triunghiuri sunt asemenea. (Pb. 5), pag. 89, [2])
7. Să se rezolve triunghiul ABC dreptunghic în A dacă ipotenuza a este 3 și unghiul B are 60 de grade. (Pb. 3a), pag. 103, [2])
8. Calculați latura și aria unui pătrat cunoscând
 - a) apotema pătratului egală cu 10cm,
 - b) raza cercului circumscris pătratului egală cu 16cm.
9. Determinați raza discului care are aria
 - a) $A = 4\pi \text{ cm}^2$,
 - b) $A = 16\pi \text{ cm}^2$. (Pb. 4ab, pag.115, [2])

Rezolvări:

1. $3x+4 = 3x-3+7 = 3(x-1)+7$. Deci $y = 3 + 7/(x-1)$. Din condiția $x-1$ divizor al lui 7, rezultă cazurile $x-1 = 1$ (adică $x = 2$), respectiv $x-1 = 7$ (adică $x = 8$).
Pentru $x = 2$, rezultă $y = 10$, iar pentru $x = 8$, rezultă $y = 4$. Deci $a = \{4, 10\}$.
2. $a+b=65$, $d = 5$ este cmmdc. ab este pătrat perfect care se divide cu 25. Prin urmare ab aparține mulțimii $\{25, 100, 225, 400, 625, 900 \text{ etc.}\}$, iar a, b aparțin mulțimii $\{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60\}$. Se pot forma următoarele perechi (a, b) din mulțimea $\{(20, 45), (45, 20)\}$.
3. $a+b = 86$, $b = 4a$, rezultă $a + 4a = 86$, deci $a = 86/5$, iar $b = 344/5$.

4. Din proprietatea șirului de rapoarte egale obținem $a/(1/30)=b/(1/2)=c/(1/3)=d/(1) = (a+b+c+d)/(1/30+1/2+1/3+1)=112/(56/30) = 112/1 \cdot 30/56 = 60$. Deci $30a = 60$ $\therefore a = 2$, $2b = 60$ $\therefore b = 30$, $3c = 60$ $\therefore c = 20$, $d/1 = 60$ $\therefore d = 60$.
5. Dacă triunghiurile sunt congruente au laturile două câte două congruente, deci au același perimetru. Rezultă că perimetrul triunghiului MNP este 20 cm.
6. Toate triunghiurile echilaterale sunt asemenea (unghiuri de 60 de grade și laturi congruente), rezultă că se verifică cazul de asemănare LUL, cu raportul de asemănare fiind raportului laturilor celor două triunghiuri.
7. Dacă unghiul B este de 60 de grade, atunci unghiul C este de 30 de grade. Cateta care se opune unghiului de 30 de grade este jumătate din ipotenuză, adică $3/2$. Cealaltă catetă rezultă prin teorema lui Pitagora $x^2=3^2-(3/2)^2$. $X^2 =27/4$, deci $x = 3\sqrt{3}/2$ cm (se reține doar soluția pozitivă)
8. a) Latura și aria pătratului când cunoaștem apotema. Apotema este jumătate din latura pătratului, deci latura = 20 cm, deci aria este 400cm^2 .
b) Dacă raza cercului circumscris pătratului este 16cm, rezultă că diagonala pătratului (diametru) este 32 cm, deci latura este $16\sqrt{2}$ cm. Deci, aria pătratului este 512cm^2 .
9. Din $4\pi = \pi R^2$ rezultă $R=2$ cm (punctual a). Din $16\pi = \pi R^2$, rezultă $R = 4$ cm (punctul b).

Bibliografie

1. Gheorghe Adalbert Schneider. Culegere de probleme de aritmetică și algebră pentru clasele V-VIII, Editura Hyperion, Craiova, 2017.
2. Gheorghe Adalbert Schneider. Culegere de probleme de geometrie pentru clasele V-VIII, Editura Hyperion, Craiova, 2018.