POCU/784/6/24/139636 - INFOACCES

Selecție de exerciții și probleme – 5

Grigore Albeanu, *expert suport educațional*

Obiective:

- *Identificarea nevoilor educaționale*
- *Recuperare și accelerarea învățării*

Enunțuri

1. Scrieți numărul natural (23abc) descompus în baza 10. (Ex. 13b), pag. 7, [1]).
2. Calculați $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot \ldots \cdot 2^9 \cdot 2^{10}$ = .(Ex. 12a), pag. 24, [1]).
3. Determinați mulțimea A = $\{ x \mid x \in N, 9 \leq 2x+1 \leq 35, x \mid 24\}$. (Ex. 5a), pag. 67, [1]).
4. Pentru x ∈ N, calculați |2x+3| - |x+2| - |x+1| = (Ex. 21), pag. 78, [1]).
5. Determinați necunoscuta x:
   a) 1,(1x2)=377/333
   b) x,x(3) = 67/30 (Ex. 5c, 6f), pag. 114, [1]).
6. La un număr adăugăm 50. Dacă luăm 3/5 din această sumă și adăugăm 200 obținem numărul inițial. Să se determine numărul inițial. (Ex. 4), pag. 136, [2])
7. Să se determine mulțimea
   $A = \left\{x \in Z \mid \frac{9}{x-3} \in N\right\}$. (Ex. 4d), pag. 153, [2])
8. Calculați $E = |\sqrt{2}-1| + |\sqrt{3}-\sqrt{2}| + |\sqrt{4}-\sqrt{3}| + |\sqrt{5}-\sqrt{4}| + |\sqrt{5}-\sqrt{4}|$.
9. Să se discute și să se rezolve ecuația $\frac{1+x}{1-x} = a, a \in R$. (Pb. 4ab, pag.115, [2])

Rezolvări

1. Conform metodei de descompunere rezultă (23abc) = $2\cdot10^4+3\cdot10^3 + a\cdot10^2 + b\cdot10 + c$.
2. Conform regulilor de calcul cu puteri rezultă

$$\prod_{k=1}^{10} 2^k = 2^{\sum_{k=1}^{10} k} = 2^{(1+2+\cdots+10)} = 2^{55}.$$

3. x | 24 este echivalent cu x aparține mulțimii {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}.
   Condiția $9 \leq 2x+1 \leq 35$ este echivalentă (prin scăderea lui 1 la fiecare termen) cu $8 \leq 2x \leq 34$,
   adică $4 \leq x \leq \frac{34}{4}$.
   Deci A = {4, 6, 8}.

4. Deoarece x este număr natural, iar sub modul sunt expresii obținute prin adunare sau înmulțire și adunare, acestea sunt pozitive.

5. Deci expresia este (2x+3)-(x+2)-(x+1) = 2x+3-x-2-x-1 = 0, pentru oricare x număr natural.

6. a) 1,(1x2)=1+(1x2)/999 = (999+100 + 10x +2)/999.
   Egalitatea cu fracția 377/333 conduce la relația 1101+10x = 3·377 (=1131),
   deci 10x = 30, de unde rezultă x = 3.

   b) x,x(3)=x+x/10+0,(3)/10=x+x/10+1/30=(30x+3x+1)/30 =(33x+1)/30.
   Egalitatea cu fracția 67/30 conduce la 33x+1 = 67, adică 33x=66, adică x = 2.

7. Fie x numărul inițial. Ecuația din enunț este 3/5 (x+50)+200=x.
   Succesiv obținem 3(x+50)+1000=5x. Deci 3x+150 +1000 = 5x, 2x = 1150, deci x = 575.
   Verificați (exercițiu)

8. Pentru ca fracția 9/(x-3) să se reducă la un număr natural trebuie ca x-3 să fie un divizor pozitiv al lui 9, adică x-3 aparține mulțimii {1, 3, 9}. Din x-3 = 1, resultă x = 4 și deci 4 aparține lui A. Din x-3 = 3, rezultă x = 6 și deci 6 aparține lui A, iar din x-3 = 9, rezultă x = 12. În concluzie A = {4, 6, 12}.
9. Examinând expresiile de sub modul constatăm că toate sunt pozitive (6 >5 > 4 > 3 > 2 > 1 și deci și rădăcinile pătrate) . Deoarece termenii se reduc doi câte doi (suma telescopică) rezultă E = $\sqrt{6} - 1$.
10. Aducem ecuația la forma standard. 1+x = a(1-x), deci 1+x = a – ax, adică x+ax = a-1.
    Prin urmare (a+1)x = (a-1).
    Dacă a + 1 ≠ 0 (a ≠ -1) atunci x = (a-1)/(a+1), iar
    dacă a+1 = 0 (a = -1), atunci ecuația este 0·x = -2, imposibil, deci ecuația nu are soluție și scriem x $\in\emptyset$.

Bibliografie

Gheorghe Adalbert Schneider. Culegere de probleme de aritmetică și algebră pentru clasele V-VIII, Editura Hyperion, Craiova, 2017.