

**POCU/784/6/24/139636 - INFOACCES**

## **Divizibilitatea numerelor naturale**

**Grigore Albeanu, expert suport educațional**

### **Obiective:**

- *Recapitularea noțiunilor și aprofundarea metodelor de raționament*
- *Recuperare și accelerarea învățării*

### **Cele mai importante definiții în legătură cu divizibilitatea sunt:**

- Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale; spunem că  $a$  este divizibil cu  $b$  dacă există un număr natural  $c$  astfel încât  $a = b \cdot c$ . Notăm:  $a$  divizibil  $b$  și spunem că „ $a$  este divizibil cu  $b$ ” sau că „ $a$  este un multiplu al lui  $b$ ” sau notăm:  $b \mid a$  și spunem că „ $b$  divide  $a$ ” sau că „ $b$  este un divizor al lui  $a$ .”
- Alternativ, dacă pentru orice număr natural  $c$  avem  $a \neq b \cdot c$ , atunci spunem că „ $a$  nu este divizibil cu  $b$ ” sau că „ $b$  nu divide  $a$ ”. Notăm:  $a$  nu div  $b$ , respectiv,  $b$  nu div  $a$ . Mai putem spune că „ $a$  nu este un multiplu al lui  $b$ ” și că „ $b$  nu este un divizor al lui  $a$ ”.
- Dacă  $a = b \cdot c$ , atunci  $b$  și  $c$  sunt divizori ai lui  $a$ .
- Numim divizori proprii ai unui număr natural toți divizorii diferiți de 1 și de el însuși. Divizorii 1 și el însuși se numesc divizori improprii.
- Dacă  $a$ ,  $b$  și  $c$  sunt numere naturale astfel încât  $a = b \cdot c$ , atunci  $a$  este multiplu al lui  $b$ , dar și al lui  $c$ .
- 0 este multiplul oricărui număr natural nenul. Orice număr natural are ca multiplu pe el însuși. Orice multiplu al unui număr natural  $a$  are forma  $n \cdot a$ , cu  $n$  număr natural.
- Clase de numere - interesante (se divid simultan prin produsul și suma cifrelor), perfecte (sunt egale cu suma divizorilor, mai puțin numărul însuși), perechi de numere prietene (fiecare este egal cu suma divizorilor celuilalt, mai puțin acel număr) etc.
- Criterii de divizibilitate
  - Un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.
  - Dacă ultima cifră a unui număr natural este 1, 3, 5, 7 sau 9, atunci numărul nu este divizibil cu 2.
  - Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.
  - Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este nici 0, nici 5, atunci numărul nu este divizibil cu 5.
  - Un număr natural este divizibil cu 10 dacă ultima sa cifră este 0.
  - Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este 0, atunci numărul nu este divizibil cu 10.

- Un număr care este divizibil cu 2 este un număr par. Un număr care nu este divizibil cu 2 este un număr impar.
- Un număr natural este divizibil cu  $10^2$ ,  $10^3$ , ...,  $10^n$  dacă ultimele sale cifre sunt, respectiv, 2 zerouri, 3 zerouri, ..., n zerouri.
- Un număr este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor sale se divide cu 3.
- Un număr este divizibil cu 9 dacă suma cifrelor sale se divide cu 9.
- Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale a și b este cel mai mare număr care divide atât pe a cât și pe b. Cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b este cel mai mic număr care este divizibil atât cu a, cât și cu b.
- Dacă două numere naturale nu au divizori comuni diferiți de 1, atunci cel mai mic multiplu comun al lor este produsul celor două numere.

#### - Numere prime

- Dacă n este număr natural mai mare decât 1, atunci n este număr prim dacă singurii săi divizori sunt 1 și el însuși. Dacă n nu este număr prim, atunci este număr compus.
- Două numere prime se numesc gemene dacă ele sunt numere impare consecutive.

#### Exemple de exerciții recomandate

1. Să se determine numere naturale de o anumită formă și lungime care sunt divizibile cu un număr. Exemplu  $(3a5)$  în baza 10 este divizibil cu 3 dacă  $a+8$  este divizibil cu 3, adică a poate fi 1, 4, 7, deci numerele sunt 315, 345 și 375.
2. Oricare n,  $10^n+2$  este divizibil cu 3 deoarece suma cifrelor rezultatului este 3.
3. Pentru a verifica dacă un număr x este prim testăm dacă sunt divizori numerele 2, 3, 4, ... a, unde  $a^2$  este pătratul perfect imediat mai mic sau egal cu x. De exemplu pentru numărul 101 încercăm numerele 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.
4. **Exercițiu propus.** Se consideră numerele :  $101 + 1$ ;  $101 + 2$ ;  $101 + 3$ ; ... ;  $101 + 10100$ . Determină câte numere din acest șir sunt divizibile cu 101.
5. **Exercițiu propus.** Fie numărul  $N = 9 + 9^2 + 9^3 + 9^4 + 9^5 + \dots + 9^{2016}$ . a) Arată că N este un număr par. b) Este N divizibil cu 10? Justifică!

## Exerciții de antrenament

- Selecție din manualele de Matematică pentru clasa a V-a, în funcție și de manualul de la clasă al elevilor.

Manuale (<https://manuale.edu.ro/>)

1. Alexandrescu C., Birta A.C., Olteanu C.T., Matematică, clasa a V-a, Editura CDPres, 2017.
2. Andrei L., Călinescu M., Drăghici A., Popa M., Matematică, clasa a V-a, Editura Sigma, 2017.
3. Gologan R (coord.), Matematică, clasa a V-a, Editura Corint, 2017.
4. Marinescu M., Pelteacu I., Petrescu E., Matematică, clasa a V-a, Editura Aramis, 2017.
5. Perianu M., Stănică C., Smărăndoiu Ș., Matematică, clasa a V-a, Editura Art, 2017.